

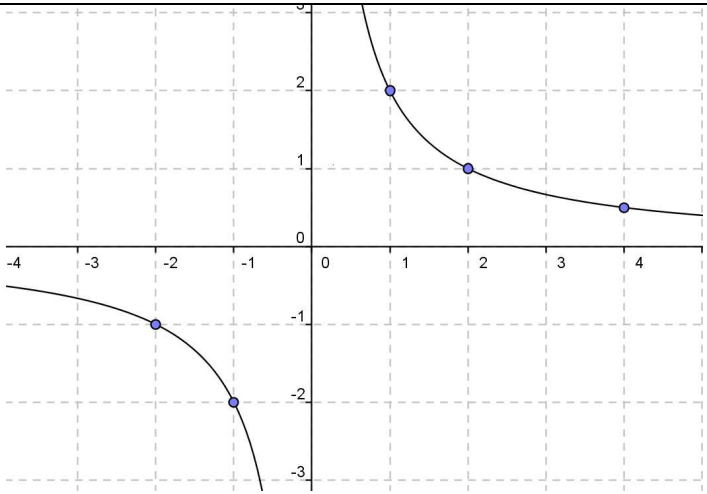
## 6.1. HIPERBOLA

Wykresem funkcji  $y = \frac{a}{x}$  jest hiperbola, której asymptotami są osie układu współrzędnych.

Asymptotą wykresu funkcji jest każda prosta, do której wykres się przybliża, ale jej nie przecina.

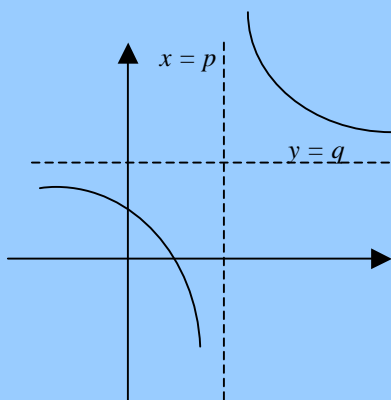
Jeśli  $a > 0$ , to gałęzie hiperboli leżą w I i III ćwiartce układu współrzędnych.  
 Jeśli  $a < 0$ , to gałęzie hiperboli leżą w II i IV ćwiartce układu współrzędnych.

Przykład 6.1.1. Narysuj wykres funkcji:  $y = \frac{2}{x}$

Rozwiązanie							Komentarz
x	-4	-2	-1	1	2	4	Sporządzamy tabelkę, w której zapiszemy wartości funkcji dla wybranych argumentów. Uwzględniamy dziedzinę funkcji $D : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$	
							Wyznaczone punkty zaznaczamy w układzie współrzędnych. Łącząc je rysujemy wykres funkcji $y = \frac{2}{x}$

Wykresem funkcji  $y = \frac{a}{x-p} + q$  jest hiperbola o asymptotach :

- pionowej  $x = p$
- poziomej  $y = q$



Wykres funkcji  $y = \frac{a}{x-p} + q$  otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji  $y = \frac{a}{x}$  o wektor  $[p, q]$ .

Przykład 6.1.2. Narysuj wykres funkcji:  $y = \frac{-4}{x+1} + 3$ .

Rozwiązanie							Komentarz
x	-4	-2	-1	1	2	4	Przy pomocy tabelki sporządzamy wykres funkcji $y = \frac{-4}{x}$
$y = \frac{-4}{x}$	1	2	4	-4	-2	-1	
							Wykres funkcji $y = \frac{-4}{x}$ przesuwamy o wektor $[-1, 3]$ (jedna jednostka w lewo i trzy jednostki do góry) i otrzymujemy wykres funkcji (zaznaczony na czerwono) $y = \frac{-4}{x+1} + 3$ . Asymptotami wykresu funkcji $y = \frac{-4}{x+1} + 3$ są proste $x = -1$ i $y = 3$

Przykład 6.1.3. Narysuj wykres funkcji:  $y = \frac{3x-14}{x-4}$

Rozwiązanie	Komentarz														
$y = \frac{3x-14}{x-4}$ $y = \frac{3(x-4)-2}{x-4}$ $y = \frac{3(x-4)}{x-4} + \frac{-2}{x-4}$ $y = 3 + \frac{-2}{x-4}$ $y = \frac{-2}{x-4} + 3$	<p>Wykres funkcji <math>y = \frac{3x-14}{x-4}</math> doprowadzamy do postaci <math>y = \frac{a}{x-p} + q</math></p>														
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td><math>y = \frac{-2}{x}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> </tr> </table>	x	-4	-2	-1	1	2	4	$y = \frac{-2}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	<p>Przy pomocy tabelki sporządzamy wykres funkcji <math>y = \frac{-2}{x}</math></p>
x	-4	-2	-1	1	2	4									
$y = \frac{-2}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-1	$-\frac{1}{2}$									
	<p>Wykres funkcji <math>y = \frac{-2}{x}</math> przesuwamy o wektor <math>[4, 3]</math> (cztery jednostki w prawo i trzy jednostki do góry) i otrzymujemy wykres funkcji (zaznaczony na czerwono) <math>y = \frac{3x-14}{x-4}</math></p> <p>Asymptotami wykresu funkcji <math>y = \frac{3x-14}{x-4}</math> są proste <math>x = 4</math> i <math>y = 3</math></p>														

## ĆWICZENIA

Ćwiczenie 6.1.1. (1pkt.) Podaj wzór funkcji, której wykres otrzymamy przez przesunięcie o wektor  $[-1, -2]$  wykresu funkcji  $y = \frac{3}{x}$ .

### schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wzoru funkcji, której wykres otrzymamy po przesunięciu o wektor.	1

Ćwiczenie 6.1.2. (1pkt.) Podaj współrzędne wektora ,o który należy przesunąć wykres funkcji

$$y = \frac{-1}{x}, \text{ aby otrzymać wykres funkcji } y = \frac{-1}{x-3}.$$

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie współrzędnych wektora.	1

Ćwiczenie 6.1.3. (2pkt.) Podaj równania asymptot wykresu funkcji  $y = \frac{1}{x+3} - 5$

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie równania asymptoty pionowej.	1
2	Podanie równania asymptoty poziomej.	1

Ćwiczenie 6.1.4. (1pkt.) Funkcję  $y = \frac{2x+5}{x+1}$  doprowadź do postaci  $y = \frac{a}{x-p} + q$

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie postaci $y = \frac{a}{x-p} + q$ .	1